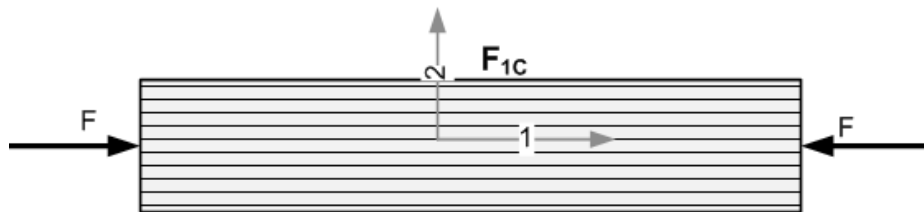


## Притисна чврстоћа ламине у правцу влакана $F_{1c}$

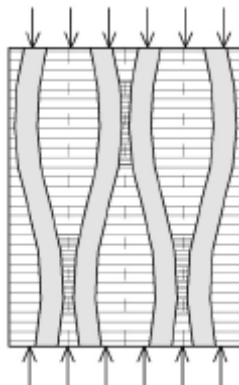
Уколико је ламина оптерећена аксијалним притискајућим силама, као што је приказано на следећој слици, може доћи до отказа целокупне ламине у ламинату односно у целој композитној конструкцији уколико су настали нормални напони већи од притисне чврстоће ламине у правцу влакана ( $F_{1c}$ ). У овом случају механизам отказа разликује се од претходног случаја, и може се рећи да доминантну улогу има матрица композитне ламине. Размотримо могуће механизме лома ламине услед дејства аксијалних притискајућих сила. Претпоставимо да је ламина са неискривљеним влакнима оптерећена аксијалним силама  $F$  као на следећој слици. Такође, претпоставимо и линеарно еластично понашање саме матрице.



Слика 5.1. Притисна чврстоћа ламине у правцу влакана

При оваквом случају оптерећења ламине доћи ће до извијања влакана у ламини. У зависности од запреминског удела влакана у композиту ( $V_f$ ), могући су различити модови отказа ламине.

При малим запреминским уделитема влакана ( $V_f$ ), односно ( $V_f < 0,2$ ), доћи ће до извијања влакана која ће проузроковати додатне деформације матрице. Овај могући мод отказа приказан је на следећој слици:



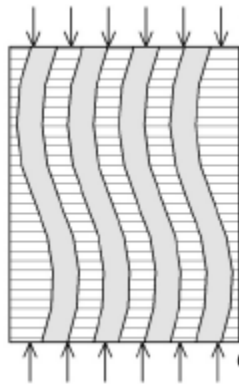
Слика 5.2. Извијање влакана

У овом случају могуће је израчунати носивост ламине, а познавајући карактеристике влакана и матрице као и њихове запреминске уделе у композитној ламини према моделу Тимошенка и Гира (*Timoshenko and Gere*):

$$F_{lc} = 2V_f \left( \frac{V_f E_f E_m}{3(1-V_f)} \right)^{\frac{1}{2}}$$

У претходној једначини притисна чврстоћа ламине у правцу влакана изражена је преко карактеристика влакана и матрице као и њихових запреминских удела.

Такође, у зависности од типа влакана у композиту могућ је и други случај отказа ламината за овај случај оптерећења, а за мале запреминске уделе влакана у композитној ламини. Односно може доћи и до појаве смицања заједно са извијањем у влакнима који додатно оптерећују саму матрицу. Овај случај отказа приказан је на следећој слици:



Слика 5.3. Смицање влакана

Према моделу Розена (*Rosen*) могуће је предвидети притисну чврстоћу ламине у правцу влакана, према следећој једначини:

$$F_{lc} = \frac{G_m}{(1-V_f)}$$

У претходној релацији притисна чврстоћа ламине изражена је у функцији модула смицања матрице ( $G_m$ ) и запреминског удела влакана ( $V_f$ ).

Експериментални подаци показују да су вредности добијене помоћу претходних једначине више у односу на измерене. Сматра се да је разлог то што је у претходним једначинама претпостављен идеалан распоред влакана у матрици, што је у пракси веома тешко изводљиво. Са друге стране, композитни ламинати ређе се производе са малим уделом влакана у матрици на које се претходне једначине у матрици. Узимајући у обзир распоред влакана у матрици и већи запремински удео влакана у матрици  $V_f > 0,3$ , Будиански и Флек (*Budiansky and Fleck*) дефинисали су напон у композитној ламини при коме долази до почетка извијања влакана. Овај иницијални напон ( $F_{lc(k)}$ ) изражен је следећом релацијом:

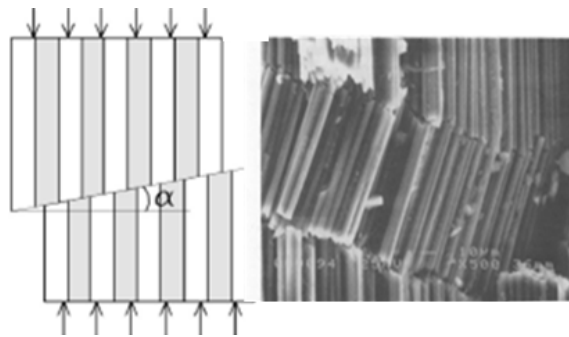
$$F_{lc(k)} = \frac{\tau_{my}}{\varphi + \gamma_{my}}$$

Према претходној једначини до извијања влакана долази када је напон у композиту достигао вредност  $F_{lc(k)}$ , односно:

$$\sigma_1 = F_{lc(k)},$$

у било ком месту притиснуте ламине. Величина  $\phi$  представља параметар којим се описује одступање влакана од идеалног паралелног распореда, док су остале величине карактеристике матрице од којих је направљен композит (максимални напон на смицање матрице и максималне деформације клизања матрице).

При изразито великим запреминским уделима влакана у матрици може доћи и до чистог смицања влакана у матрици (без појаве извијања влакана). Ово представља посебан мод отказа ламине која је изложена притискајућим аксијалним силама. Овај мод отказа приказан је на следећим сликама:



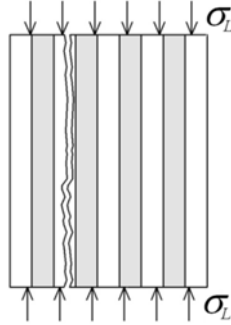
Слика 5.4. Чисто смицање влакана

У овом случају, а према моделу Данијела и Ишаија (*Daniel and Ishai*), притисну чврстоћу ламине у правцу влакана можемо израчунати према следећој једначини:

$$F_{lc} = 2F_{6f} \left[ V_f + (1 - V_f) \frac{E_m}{E_f} \right],$$

при чему величина  $F_{6f}$  представља максимални смичући напон самог влакна у композитној ламини.

Осим наведених модова отказа, при дејству аксијалних притисних сила на композитну ламину, могућ је још један нови мод отказа, као последица Поасоновог ефекта. У том случају може доћи до попуштања саме матрице без извијања матрице као што је приказано на следећој слици:



Слика 5.5. Попуштање матрице

Уколико се аксијалне деформације композитне ламине попречно на правац влакана (правац 2) изразе у функцији максималних аксијалних деформација матрице и запреминског удела влакана у композиту, према моделу Нилсена (*Nielsen*) следи:

$$\varepsilon_{Tu} = \varepsilon_{mu} (1 - V_f^{1/3})$$

Величина  $\varepsilon_{mu}$  је максимална аксијална деформација коју матрица може да издржи без разарања.

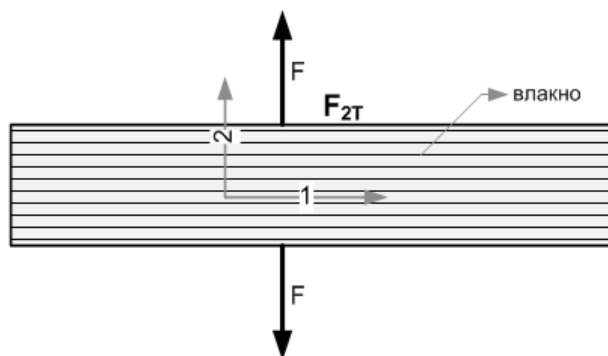
Користећи се претходном релацијом за аксијалне попречне деформације, Агарвал и Броутман (*Agarwal and Broutman*) извели су једначину за притисну чврстоћу ламине у правцу влакана за овај мод отказа, у функцији карактеристика фаза (матрице и влакана) и њихових запреминских удела. Једначина за овај мод отказа гласи:

$$F_{1c} = \frac{[E_f V_f + E_m V_m] (1 - V_f^{1/3}) \varepsilon_{mu}}{v_f V_f + v_m V_m}$$

У претходној једначини величине  $v_f$  и  $v_m$  представљају Поасонове коефицијенте фаза, односно влакна и матрице респективно.

## 5.4. Затезна чврстоћа ламине попречно на правац простирања влакана $F_{2T}$

У даљој анализи биће представљени микромеханички модели којима је могуће на основу карактеристика фаза композита одредити затезну чврстоћу ламине попречно на правац простирања влакана (правац 2), као што је то приказано на следећој слици:



Слика 5.6. Затезна чврстоћа ламине попречно на правац простирања влакана

Први емпиријски модел којим је могуће предвидети затезну чврстоћу ламине попречно на правац простирања влакана представио је Нилсен (*Nielsen*). Према овом моделу затезна чврстоћа  $F_{2T}$  једнака је:

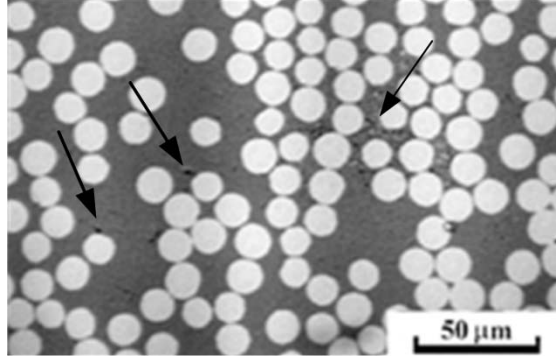
$$F_{2T} = \frac{E_2 F_m}{E_m} (1 - V_f^{1/3})$$

У претходној једначини  $F_m$  је затезна чврстоћа материјала матрице, а величина  $E_2$  је Јангов модуло еластичности попречно на правац простирања влакана, а одређује се на основу микромеханичких карактеристика фаза као што је то објашњено у претходном поглављу.

Према моделу Барбера (*Barbero*), затезну чврстоћу ламине попречно на правац простирања влакана могуће је израчунати на следећи начин:

$$F_{2T} = F_m C_V \left[ 1 + \left( V_f - V_f^{1/2} \right) \left( 1 - \frac{E_m}{E_{fT}} \right) \right]$$

У претходној једначини величина  $F_m$  представља затезну чврстоћу матрице композита, а величина  $E_{fT}$  је Јангов модуло еластичности влакна у трансверзалном правцу. На смањење затезне чврстоће ламине попречно на правац простирања влакана прилично утиче и присуство празнина у самој матрици композитне ламине, које се јављају као последица самог технолошког процеса производње композита. Композити високих перформанси производе се тако да је проценат празнина у композиту што мањи  $\kappa$  креће се до 2% ( $V_{void} < 0,02$ ). Присуство празнина у матрици композитне структуре приказано је на следећој слици:



Слика 5.7. Присуство празнина у матрици

Модел Барбера за израчунавање затезне чврстоће ламине попречно на правац простирања влакана узима у обзир и присуство празнина у композиту кроз бездимензиони корективни фактор означен са  $C_V$ . Израз за израчунавање овог корективног фактора дат је следећом релацијом:

$$C_V = 1 - \left( \frac{4V_{void}}{\pi \cdot V_m} \right)^{\frac{1}{2}}$$

На интерфејсу између влакна и матрице у композиту може доћи до појаве концентрације напона која даље има утицај на вредност израчунавање затезне чврстоће ламине попречно на правац простирања влакана. Даниел и Ишаи (*Daniel and Ishai*) предложили су модел за одређивање затезне чврстоће ламине попречно на правац простирања влакана који узима у обзир и појаву концентрације напона на месту интерфејса влакна и матрице. Присуство концентрације напона изражено је преко фактора  $K_\sigma$ , који је изражен преко следеће релације, а у функцији карактеристика фаза, влакна и матрице од којих је композитна ламина сачињена, као и њихових запреминских удела у композиту:

$$k_\sigma = \frac{1 - V_f \left( 1 - \frac{E_m}{E_{fT}} \right)}{1 - \left( \frac{4V_f}{\pi} \right) \left( \frac{E_m}{E_{fT}} \right)}$$

Према овом моделу, који узима и утицај концентрације напона на чврстоћу ламине, израз за израчунавање затезне чврстоће ламине попречно на правац простирања влакана је облика:

$$F_{2T} = \frac{1 - \nu_m}{k_\sigma (1 + \nu_m)(1 - 2\nu_m)} \cdot F_m$$

Ако су у композиту присутне и заостале деформације као последица процеса производње  $\epsilon_{rm}$ , претходна релација облика је:

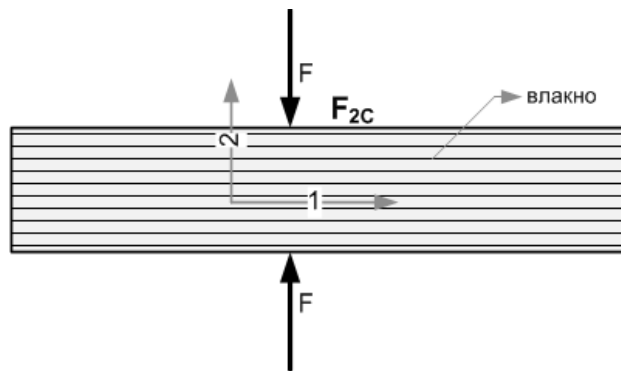
$$F_{2T} = \frac{1 - \nu_m}{k_\sigma (1 + \nu_m)(1 - 2\nu_m)} \cdot (F_m - \epsilon_{rm} E_m)$$

## 5.5. Притисна чврстоћа ламине попречно на правац простирања влакана $F_{2c}$

За случај да је композитна ламина оптерећена притискајућим силама попречно на правац влакана, као што је приказано на следећој слици, до лома композитне ламине најчешће долази услед великих тангенцијалних напона у самој матрици која је праћена са ломом влакана. Микромеханички приступ за ову врсту оптерећења, а с циљем одређивања вредности притисне чврстоће ламине, веома је компликован, те се одређивање притисне чврстоће базира на емпиријским формулама. Једна од њих је формула Витона (*Weeton*):

$$F_{2c} = F_{mc} C_V \left[ 1 + \left( V_f - V_f^2 \right) \left( 1 - \frac{E_m}{E_{fT}} \right) \right]$$

У претходној релацији  $F_{mc}$  представља притисну чврстоћу матрице композита, а  $C_V$  је корективни фактор који је приказан при одређивању затезне чврстоће ламине попречно на правац простирања влакана  $F_{1c}$ .



Слика 5.8. Притисна чврстоћа ламине попречно на правац простирања влакана

Аналитички приступ при одређивању притисне чврстоће ламине попречно на правац простирања влакана  $F_{1c}$  дао је Гибсон (*Gibson*), и под претпоставком идеалне везе између влакана и матрице, правилног распореда влакана у матрици, непостојање заосталих напона у композиту као и идеално еластичног понашања матрице и влакана представио следећи модел за израчунавање притисне чврстоће  $F_{1c}$ :

$$F_{2T} = E_2 \varepsilon_{2u}$$

У моделу Гибсона, величина  $E_2$  представља Јангов модуо еластичности попречно на правац простирања влакана, који се одређује на основу теорије микромеханике, док је величина  $\varepsilon_{2u}$  максимална трансверзална деформација композита, која може бити одређена следећом једначином, у зависности од распореда и величине влакана као и карактеристика фаза:

$$\varepsilon_{2u} = \left[ \frac{d}{s} \cdot \frac{E_m}{E_2} + \left( 1 - \frac{d}{s} \right) \right] \cdot \varepsilon_{mi}$$

Величина  $d$  у претходној једначини преставаља дијаметар влакна, док је величина  $s$  растојање између влакана, а одређује се на основу запреминског удела влакана у матрици.  $\varepsilon_{mi}$  је максимална деформација матрице коју матрица може да издржи на притисак.

## 5.6. Смичућа чврстоћа ламине у материјалној равни $F_6$

Под дејством смичућих сила, у равни ламине 1-2, лом ламине може наступити услед отказа саме матрице као резултат нагле пропагације прслина у матрици, затим услед разарања интерфејса влакно-матрица, услед концентрације тангенцијалних напона, те симултане комбинације наведених модова отказа.

Позната је емпиријска формула Стелбринка (*Stellbrink*) помоћу које је могуће одредити смичућу чврстоћу ламине у њеној материјалној равни 1-2 (правац 1 је правац простирања влакана, правац 2 је попречан на правац простирања влакана). Формула Стелбринка гласи:

$$F_6 = F_{ms} C_V \left[ 1 + \left( V_f - V_f^{\frac{1}{2}} \right) \left( 1 - \frac{G_m}{G_f} \right) \right]$$

У претходној једначини  $G_m$ ,  $G_f$  су модули клизања матрице и влакана, а величина  $F_{ms}$  је чврстоћа матрице на смицање.