



[vazmfb.com/ps1/](http://vazmfb.com/ps1/)

# Proračun strukture letelica

*Vežbe 1*

24.02.2020.

*Katedra za vazduhoplovstvo  
Mašinski fakultet  
Univerziteta u Beogradu*

*Danilo M. Petrašinić  
Nikola G. Raičević* 



## Sadržaj

- Osnovne informacije
- Informacije o predmetu
- Značaj mase i momenata inercije
- Postavka zadatka
- Osnovne definicije i izrazi
- Metode procene
- Kratki primeri



## Osnovne informacije

- Pristup internetu
- Materijali za praćenje nastave su dostupni u okviru **Web aplikacije VAZMFB** (*vazmfb.com*)

UNIVERSITY OF BELGRADE  
FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING



Struktura letelica | Katedra | Fakultet

STRUKTURA LETELICA - KATEDRA ZA VAZDUHOPLOVSTVO

Formular za studente:

REGISTRACIJA

UPUTSTVO ZA KORIŠĆENJE

Izaberite predmet:

Konstrukcija i tehnologija proizvodnje letelica

Proračun strukture letelica

Kompozitne konstrukcije

Projektovanje letelica

Strukturalna analiza

Aeroelastičnost

Teorija elastičnosti



## Osnovne informacije

- Pročitati uputstvo za korišćenje aplikacije **VAZMFB**.
- **Prijava za slušanje predmeta je obavezna!**

Preporučeni dodatni alati:

- GNU Octave
- LaTeX (*overleaf.com*)
- Notepad++
- LibreOffice
- Inkscape
- Paint.NET
- 7-Zip



## Informacije o predmetu

- Predavači
- Termini
- Obaveze studenata



## Postavka projektnog zadatka

- Projektni zadatak se sastoji iz tri dela:
  1. Procena masa i momenata inercije letelice
  2. Proračun amortizera
  3. Proračun motorskog nosača



## Uvod

- Pojmovi: *masa, težište i moment inercije*
- Kako masa utiče na performanse?
- Osnovni cilj je stvoriti *što lakšu strukturu, po što nižoj ceni, bez negativnog uticaja na bezbednost*
- Tačna procena ukupne mase i njene raspodele je od izuzetnog značaja za dalji proračun



## Postavka zadatka

- Na osnovu maksimalne mase letelice, izvršiti procenu masa komponenti letelice
- Odrediti težišta i momente inercije komponenti letelice
- Odrediti težište i momente inercije cele letelice
- Odrediti i nacrtati elipsoid inercije letelice





## Definicije

- Težište - tačka za koju se smatra da je u njoj koncentrisana masa tela

$$\tilde{x} = \frac{\int x dL}{L}, \tilde{x} = \frac{\int x dA}{A}, \tilde{x} = \frac{\int x dV}{V}, \tilde{x} = \frac{\int x dM}{M}$$

- Moment inercije - mera inertnosti tela pri rotacionom kretanju, veličina analogna masi

$$I_x = \int y^2 dM, I_y = \int x^2 dM, I_0 = \int r^2 dM = I_x + I_y$$

$$I_x = \int (y^2 + z^2) dM, I_y = \int (x^2 + z^2) dM, I_z = \int (x^2 + y^2) dM$$

- Štajnerova teorema:

$$I = I_0 + Md^2$$



## Primer određivanja težišta letelice - postavka zadatka

↙ ↓	→	Komponente	$M_i$ [kg]	$x$ [m]	$z$ [m]
1		Elisa	82	0	0
2		Motori	372	1.17	0
3		Trup	363	4.62	0.1
4		Krilo	272	4.01	-0.46
5		Horiz. rep	27	7.52	0.2
6		Vert. rep	18	8.51	0.66
7		Zadnji točak	23	8.33	-0.51
8		Gl. stajni trap	136	2.92	-0.76
9		Pilot	91	4.19	0.25
10		Radio	45	6.1	0.13



## Primer određivanja težišta letelice - rešenje

$\begin{matrix} \rightarrow \\ \downarrow \end{matrix}$	Komponente	$M_i$ [kg]	$x$ [m]	$z$ [m]	$W_x$ [kgm]	$W_z$ [kgm]
1	Elisa	82	0	0	0	0
2	Motori	372	1.17	0	435.24	0
3	Trup	363	4.62	0.1	1677.06	36.3
4	Krilo	272	4.01	-0.46	1090.72	-125.12
5	Horiz. rep	27	7.52	0.2	203.04	5.4
6	Vert. rep	18	8.51	0.66	153.18	11.88
7	Zadnji točak	23	8.33	-0.51	191.59	-11.73
8	Gl. stajni trap	136	2.92	-0.76	397.12	-103.36
9	Pilot	91	4.19	0.25	381.29	22.75
10	Radio	45	6.1	0.13	274.5	5.85



## Primer određivanja težišta letelice - rešenje

- Konačno, položaj težišta cele letelice je moguće odrediti pomoću izraza:

$$x_c = \frac{\sum W_x}{M}, \quad z_c = \frac{\sum W_z}{M}$$

→ ↓	M [kg]	$W_x$ [kgm]	$W_z$ [kgm]	$x_c$ [m]	$z_c$ [m]
$\Sigma$	1429	4803.74	-158.03	3.36	-0.11



## Masa letelice na poletanju

- Srazmerna je geometrijskim dimenzijama (dužini, širini, zapremini)
- Zavisi od unutrašnje strukture
- Zavisi od tipa letelice (vojna, civilna, itd), dozvoljenog opterećenja, itd
- Zavisi od materijala koji su korišćeni pri izradi letelice (aluminijum, čelik, titanijum, kompozit, itd)



## Masa letelice na poletanju - vojne letelice

- Konstrukcija: krilo, trup, repne površi, staljni organi, komande
- Pogonska grupa: motori, motorske gondole, motorski nosači, reduktor, elisa
- Teret: gorivo, rezervoari, maziva, posada, putnici, prtljag
- Naoružanje: topovi, bombe, municija, dodatni uređaji
- Ostali uređaji: avionika, instrumenti, kiseonički sistemi



## Masa letelice na poletanju - civilne letelice

- Konstrukcija: krilo, trup, repne površi, stajni organi, gondole
- Pogonska grupa: motori, motorske gondole, motorski nosači
- Sistemi: hidraulički, pneumatski, za kontrolu leta, električni, avionika, instrumenti
- Teret: gorivo, posada, putnici, prtljag
- Naoružanje: topovi, bombe, municija, dodatni uređaji
- Dodatno: police za ručni prtljag, kuhinja, toaleti, farba



## Metode za procenu masa komponenti letelice i položaja njihovih težišta

- Metode koje se uobičajeno koriste su:
  1. Brzi metod - zasnovan na podacima sa već postojećih konstrukcija. Pomoću ovog metoda mase komponenti su izražene u procentima u odnosu na maksimalnu masu letelice
  2. Grafički metod - potrebni podaci se predstavljaju graficima koji se nakon toga interpoliraju
  3. Poluempirijski metod - najtačniji metod koji si zasniva na matematičkim izrazima koji su dobijeni na osnovu podataka sa realnih konstrukcija. Nedostatak ove metode je nedostupnost svih potrebnih podataka.





## Procena masa komponenti - Brzi metod - postupak 1

Tip letelice Komponente		Učešće u $M_{max}$ [%]			
		Lovac	Bombarder	Borbeni	Transportni
Konstrukcija		28-35	26-30	28-33	28-32
Pogonska grupa		20-25	9-13	18-23	7-11
Teret		30-40	45-50	35-40	45-55
Naoružanje		1-2	1-4	1-2	-
Oprema		10-14	10-12	10-12	10-12



## Procena masa komponenti - Brzi metod - postupak 1

Konstrukcija	$M_{max}$ [%]	Motor	Srednja potrošnja	
		Jedinica Tip	[kg/kWh]	[kg/daNh]
Krilo	10-13	Klipni	0.27-0.3	-
Trup	7-12	T-elisni	0.34-0.4	0.5-0.6
Repne	2-2.5	T-reaktivni	-	0.7-0.8
St. trap	4-6	Prot-vaz.	-	8-10 ( $M < 1$ )
Komande	1.5-2	<b>Putnik</b>	100 kg	
Elise	2-4			



## Procena masa komponenti - Brzi metod - postupak 2

		Učešće u $M_{max}$ [%]			
Komponenta \ Tip letelice	Mali - klipni		Poljop.	Mali - mlazni	
	1 mot.	2 mot.		turboel.	turbovent.
Trup	12-15	6-10	6-8	10-11	9-11
Krilo	10-14	9-11	14-16	10-12	9-12
H. rep	1.5-2.5	1.8-2.2	1.5-2	1.5-2	1.4-1.8
V. rep	1-1.5	1.4-1.6	1-1.4	1-1.5	0.8-1
Gondole	1-1.5	1.5-2	1.2-1.5	1.5-1.8	1.4-1.8
St. trap	4-6	4-6	4-5	4-6	3-5
Motor	11-16	18-20	12-15	7-10	7-9
Upravlj. motorom	1.5-2.5	2-3	1-2	1.5-2	1.7-2
Gorivni sistem	0.7-1.2	1.4-1.8	1-1.4	1-1.2	1.2-1.5
Sistem podmaz.	0.1-0.3	0.2-0.4	0.1-0.3	0.3-0.5	0.3-0.5
Pneum. sistem	0-0.3	0.3-0.6	0-0.3	0.5-1.5	0.7-1



## Procena masa komponenti - Brzi metod - postupak 2

Učešće u $M_{max}$ [%]					
Tip letelice Komponenta	Mali - klipni		Poljop.	Mali - mlazni	
	1 mot.	2 mot.		turboel.	turbovent.
Električni	1.5-2.5	2-3	1.5-2	2-4	2-4
Instrumenti	0.5-1	0.5-1	0.5-1	0.5-1	0.8-1.5
Avionika	0.2-0.5	0.4-0.6	0.2-0.4	0.3-0.5	0.4-0.6
O <sub>2</sub> sistem	0-0.2	0-0.4	0	0.3-0.5	0.3-0.5
Dodatno	2-6	4-6	1-2	6-8	5-8
Farba	0.01	0.01	0-0.01	0.01	0.01
Posada	6-12	6-8	4-6	1-3	1-3
Teret	12-25	12-20	20-30	15-25	15-20
Gorivo	8-14	10-15	8-10	10-20	18-28



## Procena masa komponenti - Brzi metod - postupak 2

		Učešće u $M_{max}$ [%]			
		Srednji - 2 motora		Veliki - turbovent.	
Komponenta	Tip letelice	turboel.	turbovent.	2 motora	4 motora
		Trup	9-11	10-12	10-12
	Krilo	7-9	9-11	12-14	11-12
	H. rep	1.2-1.5	1.8-2.2	1-1.2	1-1.2
	V. rep	0.6-0.8	0.8-1.2	0.6-0.8	0.7-0.9
	Gondole	2.5-3.5	1.5-2	0.7-0.9	0.8-0.9
	St. trap	4-5	3.4-4.5	4-6	4-5
	Motor	8-10	6-8	5.5-6	5.6-6
	Upravlj. motorom	1.5-2	0.8-1	0.2-0.3	0.2-0.3
	Gorivni sistem	0.8-1	0.7-0.9	0.5-0.8	0.6-0.8
	Sistem podmaz.	0.2-0.3	0.2-0.3	0.3-0.4	0.3-0.4
	Pneum. sistem	0.4-0.6	0.6-0.8	0.6-1	0.5-1



## Procena masa komponenti - Brzi metod - postupak 2

Komponenta \ Tip letelice	Učešće u $M_{max}$ [%]			
	Srednji - 2 motora		Veliki - turbovent.	
	turboel.	turbovent.	2 motora	4 motora
Električni	2-4	2-3	0.8-1.2	0.7-1
Instrumenti	1.5-2	1.4-1.8	0.3-0.4	0.3-0.4
Avionika	0.8-1	0.9-1.1	0.2-0.3	0.2-0.3
O <sub>2</sub> sistem	0.3-0.5	0.3-0.5	0.2-0.3	0.2-0.3
Dodatno	4-6	6-8	4.5-5.5	4.5-5.5
Farba	0.01	0.01	0.01	0.01
Posada	0.3-0.5	0.3-0.5	0.4-0.6	0.4-0.6
Teret	15-18	12-20	18-22	18-20
Gorivo	20-28	22-30	20-25	25-32



## Procena masa komponenti - Brzi metod - postupak 2

- Uobičajeni položaji težišta nekih komponenti dat su u sledećoj tabeli:

Položaj težišta [%]				
Trup	Krilo	H. rep	V. rep	Gondole
45	25-30 $l_{sat}$	30	30	35
Motor	Gorivni sistem	Sistem podm.	Pneum. sistem	Električni
50	Oko 40% trupa			



## Procena masa komponenti - Stvarni podaci - Klipni motor

Letelica \ Komponente [kg]	$M_{max}$	Trup	Krilo	Repovi	Motor	St. trap
Cessna182	1202	181	108	28	189	60
Cessna310A	2191	145	205	54	386	119
Beech65	3342	273	259	69	457	201
Cessna404	3810	277	390	82	454	143
Herald	17010	1354	1980	448	-	737
Convair240	19731	1917	1789	418	-	694





## Procena masa komponenti - Stvarni podaci - Mlazni motor

Letelica \ Komponente [kg]	$M_{max}$	Trup	Krilo	Repovi	Motor	Trap
Lear25	6804	714	665	164	359	265
Lear45 class	9072	1043	933	175	758	353
Jet Star	13916	1583	1282	399	794	481
Fokker27	17010	1870	1999	443	1101	835
F28-1000	29484	3195	3325	740	2039	1251
B737-200	52390	5492	4814	1233	2820	1975
A320 class	73482	7976	7878	1295	5579	2913
B747-100	322051	32591	39191	5375	15477	14255
A380 class	540000	52256	77172	10933	25038	23856



## Procena masa komponenti - Poluempirijski metod - Trup

- Masa trupa zavisi od:
  1. Dužine  $L \uparrow$
  2. Prečnika  $D \uparrow$
  3. Maksimalne brzine  $V_D \uparrow$
  4. Dozvoljenog faktora opterećenja  $n \uparrow$
  5. Presurizacije  $\uparrow$
  6. Unutrašnje strukture  $\uparrow$
  7. Stajnog trapa



## Procena masa komponenti - Poluempirijski metod - Trup

- Masa trupa može se proceniti prostim izrazom:

$$M_F = 0.039 \cdot (2L \cdot D \cdot V_D^{0.5})^{1.5}$$

- Ili potpunijim izrazom:

$$M_F = c \cdot k_e \cdot k_p \cdot k_{uc} \cdot k_{VD} \cdot (M_{max} \cdot n_{max})^x \cdot (2L \cdot D \cdot V_D^{0.5})^y$$

$c = 0.038$  (velike letelice) i  $c = 0.041$  (male letelice)

$k_e = 1.05 - 1.07$  ako su motori u trupu, inače  $k_e = 1$

$k_p = 1.08$  ako je kabina presurizovana, inače  $k_p = 1$

$k_{uc} = 1.04$  (fiksni st. trap) i  $k_{uc} = 1.1$  (izvlačeći st. trap)

$k_{VD} = 1$  ( $M < 0.3$ ) ili  $k_{VD} = 1.05$  ( $M \sim 0.3$ )

$x = 0$  ( $n < 5$ ) ili  $x = 0.001 - 0.002$  ( $n > 5$ )

$y = 1.45 - 1.5$



## Procena masa komponenti - Poluempirijski metod - Krilo

- Masa krila zavisi od:
  1. Površine  $S_W \uparrow$
  2. Vitkosti  $\lambda \uparrow$
  3. Strele  $\varphi \uparrow$
  4. Suženja  $n \uparrow$
  5. Relativne debljine  $(t/c) \downarrow$
  6. Dozvoljenog faktora opterećenja  $n_{max} \uparrow$
  7. Goriva i motora  $\downarrow$



## Procena masa komponenti - Poluempirijski metod - Krilo

- Masa krila može se proceniti izrazom:

$$M_W = c_w \cdot K(M_{max} \cdot n_{max})^{0.48} \cdot S_W^{0.78} \cdot \lambda(1+n)^{0.4} / (\cos \varphi \cdot (t/c)^{0.4})$$

$$K = k_{uc} \cdot k_{sl} \cdot k_{sp} \cdot k_{wl} \cdot k_{re}$$

$$c_w = 0.02 - 0.0215$$

$$k_{uc} = 1.002 \text{ ako je st. trap na krilima, inače } k_{uc} = 1$$

$$k_{sl} = 1.004 \text{ ako postoji pretkrilce, inače } k_{sl} = 1$$

$$k_{sp} = 1.002 \text{ ako postoje spojleri, inače } k_{sp} = 1$$

$$k_{wl} = 1.002 \text{ ako postoje terminozoni, inače } k_{wl} = 1$$

$$k_{re} = 1 \text{ (bez motora), } k_{re} = 0.98 \text{ (2 motora), } k_{re} = 0.95 \text{ (4 motora)}$$



## Procena masa komponenti - Poluempirijski metod - Repovi

- Masa horizontalnog repa može se proceniti izrazom:

$$M_H = 0.02 \cdot k_{conf} (M_{max} \cdot n_{max})^{0.48} \cdot S_W^{0.78} \cdot \lambda(1+n)^{0.4} / (\cos \varphi \cdot (t/c)^{0.4})$$

$$k_{conf} = 1.05$$

- Masa vertikalnog repa može se proceniti izrazom:

$$M_V = 0.0215 \cdot k_{conf} (M_{max} \cdot n_{max})^{0.48} \cdot S_W^{0.78} \cdot \lambda(1+n)^{0.4} / (\cos \varphi \cdot (t/c)^{0.4})$$

$$k_{conf} = 1.1 \text{ (T-konfiguracija, visoko postavljen h. rep)}$$

$$k_{conf} = 1.05 \text{ (T-konfiguracija, srednje postavljen h. rep)}$$

$$k_{conf} = 1 \text{ (T-konfiguracija, nisko postavljen h. rep)}$$



## Procena masa komponenti - Poluempirijski metod

- Masa gondole može se proceniti pomoću izraza:

$$M_G = (6.2 - 6.7) \cdot (\text{potisak}[kN]) - \text{za mlazne motore}$$

$$M_G = (0.4 - 0.5) \cdot (\text{snaga}[KS]) - \text{za klipne motore}$$

- Masa stajnog trapa (uvlačiv, tricikl, u krilu) se određuje uz pomoć izraza:

$$M_{SO} = (0.04 - 0.044) \cdot M_{max}$$

niskokrilac 0.04; srednjekrilac 0.042; visokokrilac 0.044;



## Procena masa komponenti - Poluempirijski metod

- Masa stajnog trapa (uvlačiv, tricikl, u trupu) se određuje uz pomoć izraza:

$$M_{SO} = 0.04 \cdot M_{max}$$

- Masa fiksnih stajnih organa je za 10-15% manja u odnosu na masu uvlačivih stajnih organa letelice.
- Masa pomoćnog točka na kraju letelice je manja 20-25% u odnosu na masu stajnih organa letelice.





## Preporuke

- Položaj težišta letelice treba da bude između glavnog i pomoćnog stajnog trapa.
- Težište treba da se nalazi ispred aerodinamičkog centra. Kod vojnih letelica je dozvoljeno preklapanje.
- Gorivo i izbacivi teret je poželjno postaviti oko težišta letelice, kako bi što manje uticali na njegovo pomeranje.
- Ukoliko položaj težišta nije zadovoljavajući, popraviti ga pomeranjem manjih elemenata.
- Težište pune letelice se nalazi na  $\sim 18\%$  SAT, a prazne na  $\sim 22\%$  SAT.
- Težište letelice se nalazi na  $\sim 20 - 30\%$  SGT za podzvučni let, a za nadzvučni na  $\sim 40 - 50\%$  SGT.



## Zadatak - određivanje položaja težišta letelice

- Za proračun težišta letelice izabrati 12-15 elemenata i formirati sledeću tabelu:

Br.	Deo	$M_i$ [kg]	$x_i$ [m]	$y_i$ [m]	$z_i$ [m]	$M_i x_i$ [kgm]	$M_i z_i$ [kgm]
1	Trup						
2	Krilo						
...							
		$M_{max} = \Sigma$				$W_x = \Sigma$	$W_z = \Sigma$

- Odakle sledi da se težište letelice izračunava:

$$x_c = \frac{W_x}{M_{max}}, \quad y_c = 0, \quad z_c = \frac{W_z}{M_{max}}$$



Hvala na pažnji!